강한 불연속이 내장된 유한요소를 이용한 스팟 용접 접합의 망 독립적 삼차원 모델링

김 종 현^{1*}

¹한국철도기술연구원 첨단인프라연구팀

Mesh Independent 3-D Modeling of Spot Welded Joints using Finite Elements with Embedded Strong Discontinuities

Jongheon Kim^{1*}

¹Advanced Infrastructure Research Team, Korea Railroad Research Institute, Uiwang, 16105, Korea

Abstract

A spot welded joint is modeled using 3-D finite elements with embedded strong discontinuities. The spot weld is represented by a special cohesive law on the embedded discontinuity surface, instead of meshing its geometry. This strategy naturally eliminates the need of adaptive FEM meshes fitting the local geometry of the spot weld. Mesh independent solutions are guaranteed by explicitly modeling the detailed shape of the spot weld, which is in contrast with the exiting approach using point constraints for the spot weld.

Keywords : spot weld, embedded strong discontinuity, cohesive law, adaptive mesh, mesh independency

1. 서 론

스팟 용접은 주로 금속 판재의 접합에 이용되며, 전극 사이에 피용접재를 끼운 후 가압하여 생기는 저항 발열을 이용하여 너겟(nugget)이라 불리는 용융부를 피용접재 사이에 생성시키는 방식이다. 일련의 자동화된 공정 과정을 거쳐 용접이 진행되기 때문에 작업자의 숙련도를 필요로 하지 않으며, 피용접재에 구멍을 뚫지 않고 접합하기 때문에 미적인 외관을 유지할 수 있다는 장점 등으로 인하여 구조재의 제작 시 널리 이용되고 있다.

스팟 용접부의 거동 및 강도를 평가하기 위해서는 스팟 용접 이음 경계면 근처에서의 응력 집중, 용융부에서의 변위 연속, 용융부를 제외한 겹쳐진 두 면 사이에서의 변위 불연속 및 잠재적인 접촉(contact) 가능성을 고려해야 한다. 따라서 유한요소법을 이용할 경우 접촉면에서의 거동을 고려하기 위하여 갭 요소 등을 삽입하는 추가적인 수치적 처리를 해야하며,

특히 스팟 용접부 근처에서의 복잡한 국부적인 효과를 반영하기 위해 정밀한 삼차원 모델링이 요구된다.

스팟 용접부의 거동을 예측하기 위하여 흔히 이용되는 가정은 스팟 용접을 점 구속 조건으로 대체하는 것이다. 이는 스팟 용접의 기하학적 형상을 명시적으로 고려할 필요가 없기 때문에 유한요소망의 생성이 쉽다는 장점이 있다. 그러나 스팟 용접의 크기를 무시하는 것은 가상일의 원리(virtual work principle)에 모순되며, 상응하는 수치적 해는 망 의존적(mesh-dependent)이다(Szabo and Babuska, 1991).

망 독립적인(mesh-independent) 수치적 해를 얻기 위한 방법으로 적응적 유한요소망(adaptive FEM mesh)을 사용하여 스팟 용접의 기하학적 형상의 영향을 반영할 수 있다. 그러나 이러한 기존의 접근법은 스팟 용접부 근처에서 요소의 형상비가 커짐에 따라 수치적 불안정성을 초래할 가능성이 높다(Sobotka *et al.*, 2013). 또한, 스팟 용접의 수가 늘어날 경우 계산량이 증가하고 비현실적 모델링에 이르게 된다.

* Corresponding author:

Tel: +82-31-460-5697; E-mail: jongheonkim07@gmail.com

Received June 15 2017; Revised July 31 2017;

Accepted August 3 2017

©2017 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

본 연구에서는 이러한 기존의 접근법의 문제점을 해결하고자 적응적 유한요소망 대신 요소 내부에 변위 불연속을 내장한 후, 내장된 불연속 면에서 특수한 응집 법칙(cohesive law)을 이용하는 방법을 제안하였다. 이를 통하여 스폿 용접부의 기하학적 불연속에 기인한 응력 집중과 겹쳐진 두 면 사이에서의 변위 연속/불연속 및 접촉 등 전술한 모든 국부적 물리 현상들을 통일된 수치 해석 틀 내에서 효과적으로 표현할 수 있다.

2. 본 론

이 장에서는 스폿 용접 문제를 모델링하기 위해 제안된 수치 해석 틀을 기술하고 관련 기본 이론들을 소개한다.

2.1 강한 불연속 접근법

강한 불연속 접근법(SDA, strong discontinuity approach)은 강한 불연속(strong discontinuity, 또는 변위장에서의 불연속)을 유한요소 내부에 내장 시키는 발전된 형태의 유한 요소법이다(Simo *et al.*, 1993). 이 접근법은 재료 파괴 현상의 다중 규모적 처리(multi-scale treatment)에 기반하며(Armero, 2000), 강한 불연속으로 모델링할 수 있는 물리 현상(예: 균열, 전단 밴드)을 포함한 공학적 문제의 수치 해석방법으로 널리 쓰이고 있다(Dvorkin *et al.*, 1990; Jirasek, 2000). 이러한 강한 불연속을 요소 내부에 직접 포함시키는 방식은 체적 요소 사이의 경계면에서 소위 응집 요소(cohesive element)라 불리는 면 요소를 이용하여 강한 불연속을 표현하는 기존의 접근법(Needleman, 1987; Jin *et al.*, 2003, Turon *et al.*, 2007)에 비하여 불연속 면의 기하학적 표현과 전파가 자유롭다는 장점이 있다. 또한, 강한 불연속을 요소 내부에 직접 포함시킬 수 있는 방법으로 널리 쓰이고 있는 기존의 확장 유한요소법(XFEM, extended FEM) 또는 일반 유한요소법(GFEM, generalized FEM)(Fries and Belytschko, 2010)과 달리 불연속을 표현하기 위하여 추가적인 자유도를 필요치 않는다.

Armero와 Kim(2012)은 강한 불연속을 포함하는 삼차원 경계값 문제를 매끈한 해(smooth solution)를 가지는 대규모 문제(large-scale problem)와 강한 불연속 주변에서 정의되는 소규모 문제(small-scale problem)로의 분리를 통하여 정식화하였다. 전체 영역에서 정의되는 대규모 문제의 이산적 지배방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_E - \bigwedge_{E=1}^{N_E} \left[\int_{\Omega_E} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \right] = 0 \quad (1)$$

여기서, $\mathbf{F}_E$ 는 절점에 작용하는 외부 힘(nodal external force), Ω_E 는 각각의 유한요소 내부에 대응하는 영역, $\boldsymbol{\sigma}$ 는 응력 텐서, $\mathbf{B}$ 는 이산 변형도 연산자(discrete strain operator), $\bigwedge$ 는 N_E 개의 유한요소에 대해 수행하는 조립 연산자(assembly operator)이다. 식 (1)은 기존의 유한요소법에서 사용되는 지배방정식과 그 전체적인 형태는 같지만, 응력 $\boldsymbol{\sigma}$ 가 강한 불연속을 포함하는 변위 벡터 및 상응하는 변형도 텐서의 함수라는 점이 다르다.

각각의 요소 내부 Ω_E 에서 독립적으로 정의되는 소규모 문제의 이산적 지배방정식은 다음과 같다.

$$\int_{\Omega_E} \mathbf{H}_E^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega + \int_{\Gamma_E} \mathbf{D}^T \boldsymbol{\tau}_\Gamma d\Gamma = 0 \quad (2)$$

여기서, $\mathbf{H}_E$ 는 평형 연산자로서 영역 Ω_E 에서 정의되는 응력 $\boldsymbol{\sigma}$ 를 불연속 면 Γ_E 으로 투영(projection)하는 역할을 한다. 평형 연산자에 대한 표현을 유도하기 위해서는 불연속 면 Γ_E 에서 변위 점프(displacement jump) $\|\mathbf{u}\|$ 를 먼저 정의해야 한다.

변위 점프는 식 (2)에서 사용된 연산자 $\mathbf{D}$ 를 이용하여 다음과 같이 근사화한다.

$$\|\mathbf{u}\| = \mathbf{D} \boldsymbol{\theta}_E \quad (3)$$

여기서, $\boldsymbol{\theta}_E$ 는 강한 불연속을 표현하기 위해 필요한 자유도이며, 각각의 요소에서 독립적으로 정의된다. 식 (2)에서 $\boldsymbol{\tau}_\Gamma$ 는 불연속 면 Γ_E 에서 정의되는 트랙션 벡터로서 식 (3)에 의해 정의되는 변위 점프에 의존적이다. 식 (3)에 상응하는 불연속을 포함하는 변형도는 전체 시스템에서의 자유도 $\boldsymbol{\delta}_E$ 와 국부 시스템에서의 자유도 $\boldsymbol{\theta}_E$ 를 이용하여 다음과 같이 정의한다.

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{B} \boldsymbol{\delta}_E + \mathbf{H}_C \boldsymbol{\theta}_E \quad (4)$$

여기서, $\mathbf{H}_C$ 는 강한 불연속의 운동학(kinematics)과 비 모순적이어야 하며, 이를 위하여 유한요소의 분열 시 쪼개어진 두 부분들의 상대적 운동을 명시적으로 고려하여야 한다. 이와 관련하여, Armero와 Kim(2012), Kim과 Armero(2017)는 기존의 세 개의 고정 분열 유형(constant separation modes)에 여섯 개의 선형 분열 유형(linear separation modes)을 추가함으로써 유한요소의 과강성 반응(over-stiff response)으로 특징지어지는 응력 잠금 현상을 해소할 수 있음을 보였다.

식 (1)과 식 (2)는 주어진 경계값 문제를 지배하며 서로 연결된 비선형 방정식(coupled non-linear equations)이다. 식 (1)은 전체 시스템에서 정의되는 반면 식 (2)는 각각의 유한요소 내부

에서 독립적으로 유효한 식이다. 뉴턴-랩슨 방법을 이용하여 풀 수 있으며, 이를 위해 선형화(consistent linearization)를 수행하면 다음과 같은 선형 시스템을 얻는다.

$$\bigwedge_{E=1}^{N_E} [K_{\delta\delta}^E \Delta\delta_E + K_{\theta\theta}^E \Delta\theta_E] = 0 \quad (5a)$$

$$K_{\delta\delta}^E \Delta\delta_E + K_{\theta\theta}^E \Delta\theta_E = 0 \quad (5b)$$

여기서, 강성 행렬은 다음과 같다.

$$K_{\delta\delta}^E = \int_{\Omega_E} \mathbf{B}^T \Xi \mathbf{B} d\Omega \quad (6a)$$

$$K_{\theta\theta}^E = \int_{\Omega_E} \mathbf{B}^T \Xi \mathbf{H}_C d\Omega \quad (6b)$$

$$K_{\delta\delta}^E = \int_{\Omega_E} \mathbf{H}_E^T \Xi \mathbf{B} d\Omega \quad (6c)$$

$$K_{\theta\theta}^E = \int_{\Omega_E} \mathbf{H}_E^T \Xi \mathbf{H}_C d\Omega + \int_{\Gamma_E} \mathbf{D}^T \Xi_\theta \mathbf{D} d\Gamma \quad (6d)$$

여기서, Ξ , Ξ_θ 는 각각 공간 Ω 와 불연속 면 Γ 에서 재료의 접선 강성(tangent stiffness)이다.

식 (5b)는 각각의 요소에서 독립적으로 정의되므로 정적 응축(static condensation)을 수행할 수 있다. 이를 통하여 요소 단계에서 $\Delta\theta_E$ 를 소거할 수 있으며, 식 (5a, 5b)에 상응하는 단일 전체 선형 시스템에서의 강성 행렬은 다음과 같다.

$$\bigwedge_{E=1}^{N_E} [K_{\delta\delta}^E - K_{\theta\theta}^E (K_{\theta\theta}^E)^{-1} K_{\theta\delta}^E] \quad (7)$$

식 (7)에 상응하는 전체 시스템에서 자유도의 수와 연결성은 강한 불연속이 포함되기 전과 동일하며, 따라서 전체 시스템에서 조립 연산자가 보존되어 자유도가 큰 대규모 삼차원 문제를 풀기 위한 방법으로 적합하다.

2.2 응집 법칙

응집 법칙(Frost and Dugdale, 1958; Barenblatt, 1962)은 파괴 역학(fracture mechanics) 분야에서 균열 진행의 수학적 모델링을 위한 도구로써 널리 이용되어 왔다. 불연속 면에서 식 (2)에서의 트랙션 벡터 τ_T 와 식 (3)에서의 변위 점프 $\|u\|$ 의 관계를 정의함으로써, 상응하는 소산 에너지(dissipated energy)를 객관적으로(objectively) 평가할 수 있는 재료의 구성 법칙(constitutive law)이다. 특히, 응집 법칙을 이용하여 재료의 연화(softening)를 표현할 수 있으며,

불연속 끝단에서의 응력을 유한한 값으로 제한하여 해의 특이성을 해소한다.

2.3 수치 해석 틀

Fig. 1은 본 연구에서 고려된 모델 경계값 문제의 치수 및 경계 조건을 보여준다. 두 개의 판이 겹쳐져 있으며 양 끝단의 모든 절점에 변위 경계조건을 부여하였다. 즉, 한쪽 끝단의 절점을 고정시키고 반대쪽 끝단의 절점에 변위 U 를 부여하였다. 이 때, 영역 $\Omega_{lap} = \{(x, y, z) | -2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2\}$ 에 포함되어 있는 부분은 반경 0.5인 원으로 정의되는 영역 $\Omega_{con} = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 = 0.5^2, z = 0\}$ 을 제외하면 영역 $\Omega_{disc} = \{(x, y, z) | -2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2, z = 0\}$ 에서 초기에 서로 붙어 있을 뿐 변위 불연속적이며 잠재적으로 접착이 발생할 수 있다. Fig. 2에서는 이 문제를 기존의 접근법을 이용하여 푸는 경우에 요구되는 전형적인 적응적 유한요소망을 보여준다. 즉, 유한요소망은 국부적인 영역 Ω_{lap} 에 내포되어 있는 변위 및 기하학적 불연속에 적응적이어야 한다.

2.1 및 2.2에서 소개한 이론들의 조합을 통하여 스폿 용접의 기하학적 형상에 적응적인 유한요소망을 사용하지 않고서도 스폿 용접 접합부 문제를 풀 수 있다. 이를 위하여 먼저 영역 Ω_{disc} 에 불연속 면을 삽입하였다. 이는 강한 불연속 접근법에서 불연속 면이 체적 요소 사이의 경계면에 구속될 필요가 없기 때문에 유한요소망에 독립적으로 수행할 수 있다.

변위의 연속과 불연속을 구분하는 방법으로 특수한 응집 법칙을 사용하였다. 영역 Ω_{disc} 에서 영역 Ω_{con} 을 제외한 $\Omega_{fdisc} =$

Fig. 1 Geometry and boundary conditions of a spot welded lap joint problem

Fig. 2 Typical adaptive mesh for solving a spot welded lap joint problem

$\Omega_{disc} \setminus \Omega_{con}$ 으로 정의되는 영역에서 다음과 같은 응집 법칙을 적용한다.

$$T_n = \begin{cases} K\Delta \|u_n\| & \text{for } \|u_n\| \leq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, T_{m_1} = T_{m_2} = 0 \quad (8)$$

여기서, $K \gg 0$ 는 양수, n, m_1, m_2 는 각각 불연속 면에서의 법선 및 접선 방향을 의미한다. 즉, 법선 방향으로 음의 변위 불연속 값에 대하여 페널티를 적용하고, 양의 변위 불연속 값에 대하여 트랙션을 전달하지 않음으로써 자유롭게 불연속이 발생할 수 있도록 하였다. 영역 Ω_{con} 에서 적용되는 응집 법칙은 다음과 같다.

$$T_i = K\Delta \|u_i\|, i = n, m_1, m_2 \quad (9)$$

즉, 영역 Ω_{con} 을 물리적으로 매우 스티프한 스프링으로 연결했다고 가정하여 변위 연속을 표현하였다. 식 (8), (9)의 적용은 유한요소망에 독립적이며 오직 이음 부위의 기하학적 형상에 따라 적용된다. 따라서 유한요소망의 생성 과정에서 고려하여야 할 제한 조건을 완화시킨다.

3. 수치 해석결과 및 고찰

제안된 수치 해석방법에 의한 결과를 검증하고자 적응적 유한요소망을 이용하여 얻은 결과와 비교하였다. Fig. 3과 Fig. 4는 영역 Ω_{disc} 에 상응하는 단면에서의 유한요소망을 보인다. Fig. 3은 스폿 용접의 기하학적 형상에 적응적인 유한요소망을 이용하는 기존의 접근법, Fig. 4는 본 연구에서 제안된 강한 불연속 접근법 및 특수한 응집 법칙을 이용하는

Fig. 3 Von Mises stress field obtained using an adaptive mesh(shown on the cross section Ω_{disc})

Fig. 4 Von Mises stress fields for different refinement levels obtained with the cohesive interface model(shown on the cross section Ω_{disc})

방법에 상응한다. Fig. 4의 경우 영역 Ω_{com} 부근에서 균일하게 세분화하였다.

전자의 경우 유한요소망은 스폿 용접의 기하학적 형상에 적응적이다. 즉, 스폿 용접 이음 경계면 근처에서 상대적으로 작은 크기의 요소가 사용되었다. 또한, 체적 요소의 경계면은 영역 Ω_{disc} 와 일치하며, 영역 Ω_{disc} 에서는 이중 절점(double nodes), 영역 Ω_{com} 에서는 등가 절점(equivalenced or single nodes)을 사용하는 등 유한요소망의 생성 과정에서 제한 조건이 많다. 그러나 후자의 경우 다섯 단계의 세분화(refinement)가 고려되었음에도 불구하고 균일한 크기의 요소를 사용하여 스폿 용접의 기하학적 형상에 독립적으로 유한요소망을 생성하였다.

Fig. 3과 Fig. 4는 단면 Ω_{disc} 에서의 폰 미세스(von Mises) 응력도 함께 보인다. Fig. 4의 경우 스폿 용접 이음 경계면 근처에서 발생하는 급격한 응력 집중에 대한 해상도가 세분화 단계가 높아짐에 따라 높아지는 것이 관찰된다. 특히, 가장 세분화 단계가 높은 경우 Fig. 3에 근접한다. 이러한 결과는 스폿 용접에서의 반력을 비교함으로써 보다 정량적으로 평가할 수 있다. Fig. 5에서는 세분화 단계에 따른 영역 Ω_{com} 에서의 반력을 나타내었다. 제안된 방법에 의한 결과가 적응적 유한요소망을 이용하여 얻은 결과에 수렴하는 것이 관찰된다. Fig. 6에서 나타내었듯이 세분화 단계가 가장 높은 경우에 상대 오차는 불과 0.51%이다. Fig. 5와 Fig. 6에서는 점 구속 조건을 가정하여 모델링한 경우의 결과도 함께 나타내었다. 이 경우 세분화 단계가 높아져도 수치 해석결과는 수렴하지 않으며

상대 오차가 점점 더 커지는 것을 알 수 있다. 이와 같은 망 의존적인 결과는 스폿 용접의 기하학적 형상이 반영되지 않았기 때문이다.

본 연구에서 고려된 실험 세팅에서는 변위 불연속이 발생하는 영역 Ω_{disc} 에서 접촉 현상이 관찰되지 않았다. 따라서 적응적 유한요소망을 사용하여 해석하는 경우 영역 Ω_{disc} 에 갭 요소를 삽입하는 등 접촉면에서의 상호 침투(interpenetration)를 막기 위한 추가적인 수치적 처리를 할 필요가 없다. 그러나 일반적으로 영역 Ω_{disc} 에서 접촉이 발생할 가능성이 존재하며, 제안된 강한 불연속 접근법 및 특수한 응집 법칙을 이용하는 방법은 추가적인 조치를 취하지 않고도 접촉면에서의 상호 침투를 막을 수 있다는 장점이 있다.

4. 결 론

스폿 용접부에서 발생하는 국부적인 거동을 효과적이고 정밀하게 모델링하기 위하여 유한요소 내부에 강한 불연속을 내장시킨 후, 불연속 면에서 특수한 응집 법칙을 사용하는 방법을 제안하였다. 제안된 접근법은 스폿 용접을 점 구속조건으로 가정하지 않기 때문에 상응하는 수치적 해는 망 독립적이다. 또한, 기존의 적응적 유한요소망을 이용하는 경우와 달리 스폿 용접부의 기하학적 형상에 독립적인 유한요소망을 구성할 수 있다는 장점이 있다. 이러한 장점은 특히 스폿 용접의 개수가 증가함에 따라 더욱 더 실현될 수 있을 것이다.

감사의 글

본 연구는 한국철도기술연구원 주요사업(PK1701C)의 연구비 지원으로 수행되었습니다. 이에 감사드립니다.

References

- Armero, F., Kim, J. (2012) Three-dimensional Finite Elements with Embedded Strong Discontinuities to Model Material Failure in the Infinitesimal Range, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 91, pp.1291~1330.
- Barenblatt, G.I. (1962) The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture, *Adv. Appl. Mech.*, 7, pp.55~129.
- Dvorkin, E.N., Cuitino, A.M., Goia, G. (1990) Finite Elements with Displacement Interpolated Embedded Localization Lines Insensitive to Mesh Size and Distortions, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 30, pp.541~564.

Fig. 5 Convergence of reaction force at a spot weld

Fig. 6 Relative error of reaction force at a spot weld

- Frost, N.E., Dugdale, D.S.** (1958) The Propagation of Fatigue Crack in Sheet Specimens, *J. Mech. & Phys. Solids*, 6, pp.91~110.
- Fries, T.P., Belytschko, T.** (2010) The Generalized/Extended Finite Element Method: An Overview of the Method and Its Applications, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 84, pp.253~304.
- Jin, Z.H., Paulino, G.H., Dodds, R.H.** (2003) Cohesive Fracture Modeling of Elastic-Plastic Crack Growth in Functionally Graded Materials, *Eng. Fract. Mech.*, 70, pp.1885~1912.
- Jirasek, M.** (2000) Comparative Study on Finite Elements with Embedded Discontinuities, *Comput. Meth. Appl. Mech. & Eng.*, 188, pp.307~330.
- Kim, J., Armero, F.** (2017) Three-dimensional Finite Elements with Embedded Strong Discontinuities for the Analysis of Solids at Failure in the Finite Deformation Range, *Comput. Meth. Appl. Mech. & Eng.*, 317, pp.890~926.
- Needleman, A.** (1987) A Continuum Model for Void Nucleation by Inclusion Debonding, *J. Appl. Mech.*, 54, pp.525~531.
- Sobotka, J.C., Oral, A., Culler, A.J.** Towards a Coupled Loads-Response-Life Prediction Framework for Hypersonic Structures in Combined Extreme Environments, 54th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference Boston, Massachusetts, USA, April 8-11, 2013.
- Szabo, B., Babuska, I.** (1991) Finite Element Analysis, John Wiley & Son, Inc.
- Turon, A., Davila, C.G., Camanho, P.P., Costa, J.** (2007) An Engineering Solution for Mesh Size Effects in the Simulation of Delamination Using Cohesive Zone Models, *Eng. Fract. Mech.*, 74, pp.1665~1682.

요 지

스폿 용접 접합의 삼차원 모델링을 위하여 강한 불연속이 내장된 유한요소를 사용하였다. 스폿 용접의 기하학적 형상을 유한요소망 대신 요소에 내장된 불연속 면에서의 특수한 응집 법칙을 이용하여 표현하였다. 이를 통하여 기존의 적응적 유한요소망을 이용하는 접근법과 달리 스폿 용접의 국부적인 형상에 독립적인 유한요소망을 구성할 수 있다. 또한, 스폿 용접의 형상을 명시적으로 고려하여 모델링함으로써 기존의 점 구속조건을 이용하는 접근법과 달리 망 독립적인 해를 얻을 수 있다.

핵심용어 : 스폿 용접, 내장된 강한 불연속, 응집 법칙, 적응적 유한요소망, 망 독립